DÉCISION ET ACTION

Remarques sur les mathématiques de la décision

Thierry MARTIN
GDR - Philosophie de l'action : exercice des pouvoirs
Université de Franche-Comté
Besançon

Cette communication n'a pas pour ambition d'innover, mais seulement d'essayer, de façon introductive, de cerner le contenu de ce qu'on appelle théorie de la décision, et d'indiquer quelques-unes des difficultés auxquelles elle se trouve confrontée. C'est pourquoi elle ne prendra pas la forme d'un exposé, à peine celle d'une analyse ; elle se présentera plus exactement comme un ensemble de réflexions ou de remarques, qui ne prétendent pas épuiser les questions qu'elle soulève, mais se proposent plutôt de fournir des éléments pour engager une réflexion sur l'entreprise de mathématisation de la décision.

Plus précisément, ce propos sera commandé par une triple question :
– à quelle nécessité répond l'émergence d'une analyse mathématique de la décision ?
– quel est son véritable objet ?
– partant aussi, quelles difficultés doit-elle affronter ?

1. L'action et ses obstacles

L'action, dans la mesure où elle ne se réduit pas à une réponse immédiate et élémentaire ou impulsive, dans la mesure donc où elle est une action raisonnée, suppose schématiquement la mise en œuvre de cinq opérations :
– la représentation des motifs qui la guident,
– l'inspection de ses conditions d'effectuation (instruments dont on dispose, circonstances extérieures, etc.),
– l'évaluation de ses conséquences probables, donc la représentation de l'univers des choix possibles,
– l'effectuation du choix permettant d'obtenir, compte tenu des conditions, un résultat dont les conséquences s'accordent au mieux avec les motifs,
– enfin la réalisation du projet d'action, c'est-à-dire l'application, en quelque sorte, de la décision.

En d'autres termes, et plus brièvement, l'action exige d'abord l'élaboration d'un plan d'action, ou plutôt l'inspection des divers plans possibles et le choix pour l'un d'entre eux, puis l'exécution du plan élu.

Dans la vie courante, lorsque les conséquences de l'action n'ont pas une importance déterminante et/ou que la latitude dont on dispose est réduite, l'agent se détermine par expérience ou par habitude. Il s'en tient à une saisie confuse et approximative du plan d'action. L'éventualité d'une possible rectification ultérieure du projet, simultanée à son exécution, autorise une certaine indétermination dans sa conception. Mais, outre que cette éventualité peut après coup se révéler illusoire, la saisie confuse du plan d'action apparaît très vite insuffisante dès que les conséquences possibles de l'action pèsent d'un certain poids, notamment lorsqu'il s'agit d'actions collectives ou que les paramètres de l'action sont nombreux et entretiennent des relations à la fois diverses et complexes.

Plus nettement, toute action oppose à l'agent, comme à l'observateur qui veut la comprendre, un double obstacle, celui de la complexité de ses paramètres et de ses conditions d'abord, celui de l'incertitude de sa réalisation et de son résultat ensuite. On peut affirmer, dès maintenant, que c'est pour aider à surmonter ce double obstacle que s'est constitué un ensemble de modèles et d'instruments constituant l'analyse mathématique de la décision. Deux exemples peuvent suffire à l'illustrer.

G.T. Guilbaud [6], et à sa suite E. Coumet [4], ont pu montrer que c'est d'un même mouvement que Pascal inaugure le calcul des probabilités et ouvre un champ de recherches qui conduira plus tard à la construction des mathématiques de la décision. En effet, en résolvant le « problème des partis », c'est-à-dire en donnant une règle pour répartir les enjeux lorsque deux joueurs sont contraints d'interrompre un jeu composé de plusieurs parties avant la fin du tournoi, Pascal [8] à la fois élabore une logique de la répartition, par où il traite un problème de décision et donne naissance à ce qu'il appelle la « géométrie du hasard », c'est-à-dire le traitement mathématique de l'incertain.

D'un autre côté, il est clair que la mise au point des instruments de la programmation linéaire, visant à déterminer, parmi plusieurs voies possibles permettant d'atteindre un objectif donné, celle qui minimise les coûts engagés, intervient comme réponse à la complexité de l'action économique. Là encore, l'histoire permettrait de le montrer, puisque, pour s'en tenir à sa forme actuelle, cette théorie est issue des efforts de planification des années 1920.

Surmonter ces obstacles ne signifie pas les faire disparaître. Au contraire, cela suppose d'en prendre la vraie mesure pour se donner les moyens d'en maîtriser les conséquences. Il ne s'agit pas de supprimer la complexité, mais de faire apparaître la structure logique de l'action sous la diversité de ses manifestations observables. De même, il ne s'agit pas de substituer le certain à l'incertain, mais de mesurer le risque, et d'intégrer l'aléa à l'action, au lieu de laisser surprendre l'agent et compromettre la mise en œuvre du plan d'action.

2. La question est de savoir en quoi le traitement mathématique de la décision permet de surmonter ces obstacles

Pour s'en tenir à une formule générale (donc aussi schématique), on peut dire que l'analyse mathématique de la décision se propose d'offrir une modélisation mathématique de l'action, autrement dit de présenter la forme logique des raisonnements et des calculs permettant à des agents de se doter d'une stratégie qui tienne compte d'une part des données de la situation, de l'autre des stratégies de leurs adversaires et de leurs partenaires. L'élaboration de cette stratégie d'action suppose :

– la détermination des préférences individuelles (objet de la théorie des utilités) ;
– la détermination, à partir de ces préférences individuelles, d'une volonté collective (objet de la théorie des choix collectifs) ;
– enfin, l'analyse des situations de conflit ou d'entente entre les divers agents engagés dans l'action (objet de la théorie des jeux).

Or, comme le signalent John von Neumann et Oskar Morgenstern dans l'ouvrage, *Theory of Games and Economic Behavior* [7], que l'on peut considérer comme le point de départ effectif de la théorie mathématique des jeux, de telles recherches ne pouvaient s'en tenir à mobiliser les instruments dont on disposait ; elles exigeaient au contraire la mise au point d'instruments mathématiques nouveaux. Von Neumann et Morgenstern établissent un parallèle entre la mécanique et l'économie pour montrer que, dans les deux cas, il s'agit d'étudier des interactions. Mais, dans le premier, celles-ci s'effectuent entre des corps soumis à des lois qui les régissent de façon nécessaire. En revanche, dans le second cas, elles ont lieu entre des êtres doués d'intelligence et de volonté, si bien que chaque agent, dépend, dans ses actions, de celles des autres agents, actions qu'il peut chercher à prévoir, mais qui ne s'imposent pas avec nécessité. Sans doute, dans la mesure où, dans une économie de marché, chaque agent cherche à optimiser son comportement, il est possible d'apercevoir une analogie avec les problèmes de maximum. Mais, précisent Von Neumann et Morgenstern, pour chaque agent, il s'agit de maximiser une fonction dont il ne contrôle pas toutes les variables. En conséquence, il ne s'agit pas ici seulement d'un problème de maximum, mais plutôt d'une combinaison particulière de plusieurs problèmes de maximum liés entre eux ; et, ajoutent-ils, «ce genre de problème n'est traité nulle part dans les mathématiques classiques».

Notre objet n'est pas d'entrer dans le détail de la théorie mathématique pour en examiner techniquement les procédures, mais de montrer en quoi une telle mathématisation de l'action constitue un instrument précieux pour accéder à son intelligibilité.

3. Quel est l'intérêt d'une telle modélisation mathématique de l'action ?

L'analyse mathématique de la décision nous offre la possibilité, sinon toujours de mesurer, au moins d'ordonner les paramètres qui composent l'action en faisant apparaître son principe général, sa structure logique, sous le foisonnement des détails et des circonstances accidentelles ou singulières qui en obscurcissent la saisie.

On peut alors comprendre pourquoi la formalisation mathématique porte non pas sur l'action elle-même, mais sur la décision.

Sans doute, action et décision forment un tout indissociable : la décision prépare l'action, laquelle accomplit la décision. Il est cependant possible de distinguer ce qui, dans ce tout, s'offre à l'analyse ou au contraire lui résiste.

Nous avons signalé précédemment la complexité qui caractérise toute action quelque peu élaborée. On peut préciser davantage [9]. Cette complexité tient déjà à l'impossibilité d'en cerner exactement les limites. En effet, par les conséquences qu'elle entraîne, l'action ne cesse pas quand son but est atteint. Elle empiète, en quelque sorte, sur l'action à venir, qui vient la prolonger ou la rectifier. On ne peut donc assigner un terme définitif à l'action et isoler les actions les unes des autres.

On ne peut pas plus isoler les instruments de l'action pour les distinguer de ses fins, car celles-ci peuvent, à leur tour, devenir des instruments de l'action. Les fins de mon action présente reçoivent leur sens de l'action à venir qu'elles préparent, exigent ou rendent possible, et elles jouent alors le rôle de moyens.

En conséquence, il n'est pas possible d'assigner de limites propres à l'action.

En revanche, l'analyse de la décision, en distinguant les objectifs que l'on se fixe, les moyens disponibles, les stratégies possibles, permet, en quelque sorte, de débrouiller cet écheveau.

La complexité de l'action tient enfin à sa singularité essentielle, donc à la diversité de ses réalisations. Toute action mobilise des données particulières et hétérogènes, accidentelles ou essentielles, elle s'effectue dans des circonstances elles-mêmes diverses, particulières et contingentes. C'est là ce qu'on peut appeler la m*atière* de l'action, en convenant de dire, à la suite de Bertrand Saint-Sernin [10], que les mathématiques de la décision portent, elles, leur regard vers la *forme* de l'action, c'est-à-dire sa structure ou encore la logique du plan d'action.

Il convient de remarquer qu'en faisant porter l'analyse non pas sur l'action dans sa singularité, mais sur la structure logique de la décision, l'analyse mathématique à la fois trace un chemin pour parvenir à l'intelligibilité de l'action, mais aussi se propose un objet des plus difficiles.

- Elle se heurte, en effet, à une difficulté essentielle, car seule l'action est directement observable. Et cependant, une action ne pourra être dite rationnelle que si, au moins, les moyens utilisés s'accordent avec les motifs qui la guident, motifs qui, eux, demeurent hors de portée de l'observateur, ou du moins ne sont connus que partiellement (à partir de ce que l'agent révèle par la parole ou par les gestes) ou indirectement (par ce que l'on peut inférer à partir des actes de l'agent). En un mot, seule l'action est observable, mais elle échappe à la formalisation mathématique. La décision, elle, se prête à l'analyse logique, mais, n'étant pas observable, doit être construite.
- D'un autre côté, mettre à jour la structure logique de l'action, c'est dégager son contenu intelligible, par conséquent un schéma qui peut se retrouver dans des actions semblables par la forme, mais différentes par leur matière. Et on se donne ainsi les moyens non seulement de décrire l'action, mais encore d'en prévoir les modalités et le résultat possible, donc de formuler des règles guidant le décideur dans son choix.

Mais, par là, on fait apparaître aussi une nouvelle difficulté, qui fut l'occasion d'objections dirigées contre les mathématiques de la décision : dans la mesure où les modèles mathématiques forment des représentations simplifiées de l'action, on pourrait contester la validité d'un tel traitement mathématique à raison de la distance qui sépare le modèle et l'objet modélisé. Cependant, l'observation de la pratique scientifique et du mouvement de l'histoire des sciences permettent aisément de répondre à une telle objection. Cette distance, qui, de fait, peut poser problème lorsqu'il s'agit d'appliquer le modèle au réel, n'est pas propre aux mathématiques de la décision, même si elle peut ici être particulièrement nette en raison de la complexité de l'objet. Elle est, pourrait-on dire, un moment nécessaire de la constitution de toute théorie qui doit d'abord se donner les moyens de dépasser la diversité et réduire la complexité du phénomène qu'elle prend pour objet, pour ensuite, dans un second temps, s'enrichir et s'affiner par sa confrontation avec le réel.

En revanche, ce divorce possible entre la théorie et le réel s'exprime spécifiquement dans les mathématiques de la décision sous la forme du contraste entre la singularité de l'action et la généralité des règles de décision, en raison de la fonction normative que remplit la théorie. De ce point de vue, il en va ici comme dans le domaine juridique au sujet duquel Aristote [1] remarquait déjà que la loi, à raison de sa généralité, ne peut contenir en elle la diversité des cas particuliers auxquels elle devra être appliquée ; et c'est pourquoi, il ne suffit pas au juge de connaître la loi, il doit encore posséder l'art de l'appliquer.

Cette disproportion entre la généralité des règles décisionnelles et la singularité de l'action n'implique pas que la théorie soit condamnée à s'en tenir à un niveau d'abstraction qui la rendrait inapplicable. Elle montre qu'une théorie ne s'applique pas toute seule, non seulement parce qu'il faut savoir l'appliquer, mais aussi parce que ses résultats doivent être interprétés. Cette interprétation dépend de ce que cherche l'utilisateur, du but qu'il poursuit, et sur la pertinence duquel la théorie, en tant qu'elle est ici un instrument, reste muette. En d'autres termes, cette disproportion permet de mieux cerner la véritable fonction et les limites de la théorie.

4. La question à laquelle répond l'analyse mathématique de la décision est une question technique

Elle porte sur les moyens à mettre en œuvre pour optimiser sa conduite en fonction des objectifs proposés. Autrement dit, elle concerne l'accord des moyens aux fins, donc l'efficacité. Cette finalité technique engendre une double conséquence.

– La mise en œuvre de la théorie de la décision n'a pas pour fonction de nous dispenser de notre pouvoir décisionnel. Elle n'a pas vocation à intervenir comme substitut à notre libre arbitre ou refuge pour esquiver la nécessité du choix. Elle n'est donc pas, à proprement parler, une mathématisation de la décision, au sens où celle-ci se proposerait de réduire la prise de décision au jeu d'un mécanisme réglé, mais elle vise à nous donner les moyens de choisir de façon informée et adéquate, choisir, pourrait-on dire, en connaissance non pas de causes, mais des conséquences. Elle intervient donc pour préparer la prise de décision, non pour l'effectuer, et constitue alors plus justement une aide à la décision.
On peut dire qu'en conséquence, pratiquement, la théorie a bien une fonction normative, mais non pas une fonction prescriptive. Elle intervient, selon l'expression de B. de Finetti [5], comme « un conseil conditionnel », non comme une prescription imposée. Et, à cet égard, l'analogie avec les obligations juridiques ne peut être poursuivie très longtemps.

– La théorie de la décision ne prétend pas statuer sur nos fins ou nos objectifs ; elle vise à nous permettre de maîtriser les conséquences de nos choix, et à ordonner ceux-ci en fonction des circonstances et de nos objectifs. Elle répond à la question : quel choix effectuer, étant donnés les paramètres de la situation, les événements probables, et les conséquences possibles de nos choix ? Mais ces choix visent à réaliser des objectifs qui, eux, ne sont pas construits par la théorie. Par exemple, la théorie de la décision ne peut me permettre de décider si je dois investir telle somme d'argent en placement financier ou en l'achat d'une sculpture. Elle peut seulement me permettre d'en mesurer les conséquences, ou bien d'en évaluer la rentabilité. Libre à moi de décider si je veux que mon revenu ait pour fin la rentabilité économique ou le plaisir esthétique.

Il faut donc reconnaître que l'analyse mathématique de la décision ne peut intégrer l'ensemble des composants de l'action. Ce constat peut revêtir une double signification. Négativement, cela signifie qu'il n'est pas possible de voir en elle la réalisation du projet de constitution d'une science de l'action qui en épuiserait le contenu [11]. Mais, positivement, il en résulte que l'analyse mathématique de la décision ne nous dispense pas d'une réflexion sur les dimensions éthico-politique et philosophique de l'action ; au contraire, même, elle l'exige dans la mesure où, justement, elle véhicule par elle-même des implications politiques. Ainsi, le théorème d'Arrow [2] met en évidence, après les recherches de Condorcet [3], les difficultés que rencontre nécessairement toute tentative de construction d'une décision collective par agrégation des préférences individuelles. Mais, en cela, il ne condamne pas la démocratie, il en éclaire, au contraire, le fonctionnement, et, du même coup, invite à penser la spécificité de l'action collective. De ce point de vue également, il serait erroné de croire que l'analyse mathématique de la décision peut venir se substituer au décideur. Elle se propose de mesurer les conséquences de nos choix, non de statuer sur les fins qui les guident.

Il n'est pas possible aujourd'hui d'ignorer les pouvoirs que l'analyse mathématique de la décision nous confère grâce aux instruments qu'elle met à notre disposition. Mais si l'on veut évaluer précisément l'étendue de ces pouvoirs et leurs limites, il est nécessaire de se donner une représentation adéquate de la nature de la théorie, partant de la fonction qu'elle peut remplir et des objets sur lesquels elle peut être appliquée. Le danger serait aussi bien d'ignorer sa puissance d'analyse et de mise en ordre que de lui assigner une compétence qui n'est pas la sienne. C'est alors que le recours aux outils mis à notre disposition par l'analyse mathématique peut être une menace pour le bien public, si l'on confond les diverses dimensions de l'action au profit exclusif de sa dimension technique ou si l'on oublie de subordonner celle-ci à une réflexion sur les fins de l'action et les valeurs qu'elle réalise.

Bibliographie

[1] ARISTOTE : Éthique à Nicomaque, l. V, ch. 14

[2] ARROW Kenneth J. : *Social Choice and Individual Values,* New York, John Wiley and Sons, 1951, trad. française de la 2e éd., *Choix collectif et préférences individuelles,* Tradecom, Paris, Calmann-Lévy, 1974

[3] de CONDORCET Nicolas : *Essai sur l'application de l'analyse à la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix,* 1785. On peut ici se reporter à l'article de G.T. GUILBAUD, «Les théories de l'intérêt général et le problème logique de l'agrégation», *Économie appliquée*, Paris, t. V, n° 4, octobre-décembre 1952, pp. 501-551, repris dans *Éléments de la théorie mathématique des jeux,* Paris, op. cit., pp. 39-109

[4] COUMET Ernest : «La théorie du hasard est-elle née par hasard ?», *Annales. Économie, sociétés, civilisations,* mai-juin 1970, n° 3, pp. 574-598

[5] de FINETTI Bruno : « Dans quel sens la théorie de la décision est-elle et doit-elle être « normative » ? », *Actes du Colloque international du C.N.R.S. sur la décision,* mai 1960, Paris, éd. du C.N.R.S., 1961, pp. 159-169

[6] GUILBAUD Georges-Théodule : « Les problèmes de partage. Matériaux pour une enquête sur les algèbres et les arithmétiques de la répartition », *Économie appliquée*, t. V, n° 1, janvier-mars 1952, pp. 93-137 ; repris dans *Éléments de la théorie mathématique des jeux,* Paris, Dunod, 1968, pp. 1-37

[7] von NEUMANN John and MORGENSTERN Oskar : *Theory of Games and Economic Behavior,* Princeton University Press, 1944, en particulier pp. 10-11

[8] PASCAL Blaise : « Usage du triangle arithmétique pour déterminer les partis qu'on doit faire entre deux joueurs qui jouent en plusieurs parties » (1654), in *Traité du triangle arithmétique, avec quelques autres traités sur le même sujet,* Paris, G. Desprez, 1665 ; *Œuvres complètes,* L. Lafuma (éd.), Paris, Seuil, 1963, pp. 57-62

[9] PICAVET Emmanuel : *Choix rationnel et vie publique. Essai sur le principe de rationalité dans les mathématiques de la décision,* thèse de doctorat de l'Université de Paris IV, 1994, pp. 22-24

[10] SAINT-SERNIN Bertrand : *Genèse et unité de l'action,* Paris, Vrin, 1989

[11] SAINT-SERNIN Bertrand : « La science de l'action au XXe siècle », *Études,* juil-août 1994, pp. 35-46